Prueba de Acceso a la Universidad de Extremadura
Curso 2009-10

Asignatura: MATEMÁTICAS II Tiempo máximo de la prueba: 1 hora y 30 minutos

Instrucciones: El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro cuestiones de la opción elegida puntuará 2'5 puntos como máximo. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN A

1.- Considere las funciones $f(x) = \operatorname{sen}^2 x$ y

$$g(x) = \int_0^x \frac{1}{2(1-t)}\,dt\,, \qquad 0 < x < 1\,.$$

Calcule la derivada de la función $F(x) = g(f(x))$, $\frac{-\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$. Simplifique en lo posible dicha derivada.

2.- **(a)** (1'5 puntos) Represente, de forma aproximada, la figura plana limitada por la hipérbola $xy = 1$, su recta tangente en el punto $(1, 1)$ y la recta $x = 2$.

(b) (1 punto) Calcule el área de dicha región plana.

3.- Discuta, en función del parámetro a, el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcrcrcc} x & + & y & & & = & a+1 \\ -2x & - & y & + & az & = & -2 \\ (a+1)x & + & y & - & z & = & 2 \end{array}\right\}$$

(no es necesario resolverlo en ningún caso).

4.- Considere las rectas $r : \left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ y = z \end{array} \right.$ y $s : \left\{ \begin{array}{l} y = 0 \\ x = z \end{array} \right.$.

Obtenga un punto P de r y un punto Q de s tales que el vector $\overrightarrow{PQ}$ tenga módulo igual a 1 y sea ortogonal al vector $(-1, 0, 1)$.

Prueba de Acceso a la Universidad de Extremadura
Curso 2009-10

Asignatura: MATEMÁTICAS II Tiempo máximo de la prueba: 1 hora y 30 minutos

Instrucciones: El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro cuestiones de la opción elegida puntuará 2'5 puntos como máximo. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN B

1.- **(a)** (2 puntos) Estudie el dominio, los extremos relativos, la curvatura (intervalos de concavidad y de convexidad) y los puntos de inflexión de la función $f(x) = \ln(1+x^2)$ (ln denota el logaritmo neperiano).

(b) (0'5 puntos) Represente la gráfica de $f(x) = \ln(1+x^2)$ utilizando los datos obtenidos en el apartado (a).

2.- Calcule las primitivas de la función

$$f(x) = \frac{1}{e^x - e^{-x}}, \qquad x > 0.$$

(Puede utilizarse el cambio de variable $t = e^x$.)

3.- Determine el rango de la matriz A según los valores de a:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ a+1 & -1 & a-2 \\ -1 & a+1 & 2 \end{pmatrix}.$$

4.- **(a)** (2 puntos) Determine el plano Π que pasa por el punto $(1,0,1)$ y es perpendicular a la recta r de ecuaciones $x+y+z=0$, $x-z=1$.

(b) (0'5 puntos) Calcule el punto en el que se cortan r y Π.